

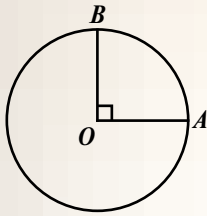
МАТЕМАТИКА

РЕПЕТИТОРСТВО ОТ СЕГОДНЯ

Сьогодні ми розберемо частину завдань, які стосуються планіметрії, а також ті, що присвячені стереометрії

ЗАВДАННЯ №4 (СЕСІЯ 2):

На рисунку зображено коло з центром в точці O , довжина якого дорівнює 64 см. Визначте довжину меншої дуги AB кола, якщо $\angle AOB = 90^\circ$



А	Б	В	Г	Д
4 см	8 см	16 см	32 см	48 см

РОЗВ'ЯЗАННЯ:

Кут в 90° становить четверту частину від всього кола (360°). Тому йому відповідає дуга, що становить четверту частину довжини всього кола, тобто $64 : 4 = 16$ см.

ПРАВИЛЬНА ВІДПОВІДЬ: В.

ЗАВДАННЯ №8 (СЕСІЯ 2):

Укажіть *хибне* твердження.

- А Протилежні сторони паралелограма рівні.
- Б Сума двох кутів паралелограма, прилеглих до однієї сторони, дорівнює 180° .
- В Діагоналі паралелограма точкою перетину діляться навпіл.
- Г Площа паралелограма дорівнює добутку двох сусідніх сторін на синус кута між ними.
- Д Площа паралелограма дорівнює половині добутку його сторони на висоту, проведену до цієї сторони.

РОЗВ'ЯЗАННЯ:

Хибним твердженням є Д, бо площа паралелограма дорівнює не половині, а добутку його сторони на висоту, проведену до цієї сторони.

ПРАВИЛЬНА ВІДПОВІДЬ: Д.

ЗАВДАННЯ №9 (СЕСІЯ 1):

При якому значенні x вектори $\vec{a}(2; x)$ і $\vec{b}(-4; 10)$ перпендикулярні?

А	Б	В	Г	Д
-5	-0,8	0,8	5	20

РОЗВ'ЯЗАННЯ:

Щоб вектори були перпендикулярними, кут між ними повинен дорівнювати 90° . У свою чергу, кут між векторами \vec{a} і \vec{b} обчислюється з формули косинуса кута ($\vec{a} \cdot \vec{b}$):

$$\cos(\vec{a} \cdot \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Ця формула є наслідком означення **скалярного добутку** (скалярним добутком $\vec{a} \cdot \vec{b}$ двох ненульових векторів \vec{a} і \vec{b} називається число (скаляр), що дорівнює добутку числових значень довжин $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ цих векторів і косинусу кута між ними: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a} \cdot \vec{b})$).

Враховуючи усе вищесказане, робимо висновок, що у нашому випадку скалярний добуток повинен дорівнювати нулю, бо $\cos 90^\circ = 0$. Але оскільки вектори задано координатами, то скалярний добуток знаходиться за таким правилом: $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$, де $\vec{a}(x_1; y_1)$, $\vec{b}(x_2; y_2)$.

Маємо: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot (-4) + x \cdot 10 = 0$, $10x = 8$, $x = 0,8$.

ПРАВИЛЬНА ВІДПОВІДЬ: В.

ЗАВДАННЯ №14 (СЕСІЯ 2):

На рисунку зображено ромб, площа якого дорівнює 96 см^2 . У ромб вписано коло. Визначте площу зафарбованої фігури.



А	Б	В	Г	Д
24 см ²	32 см ²	48 см ²	64 см ²	72 см ²

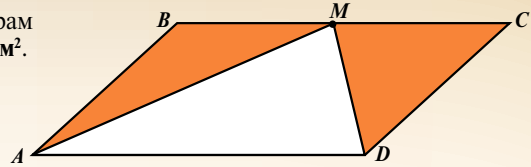
РОЗВ'ЯЗАННЯ:

Уважно розглянувши рисунок, бачимо, що за умови симетричного перенесення зафарбованих частин зліва направо отримаємо зафарбовану половину ромба. Тому, площа зафарбованої частини дорівнює половині площі ромба, тобто $0,5 \cdot 96 = 48 \text{ см}^2$.

ПРАВИЛЬНА ВІДПОВІДЬ: В.

ЗАВДАННЯ №16 (СЕСІЯ 1):

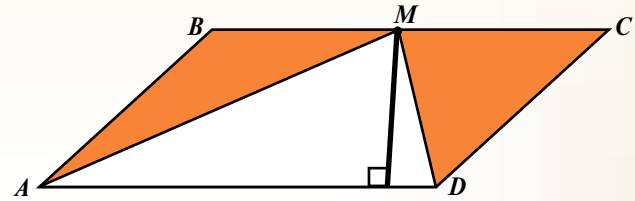
На рисунку зображено паралелограм $ABCD$, площа якого дорівнює 60 см^2 . Точка M належить стороні BC . Визначте площу фігури, що складається з двох зафарбованих трикутників.



А	Б	В	Г	Д
45 см ²	40 см ²	35 см ²	30 см ²	20 см ²

РОЗВ'ЯЗАННЯ:

1 спосіб. Проведемо висоту у трикутнику AMD — MK (висота трикутника — це відрізок, що виходить із вершини та перпендикулярний до протилежної сторони).



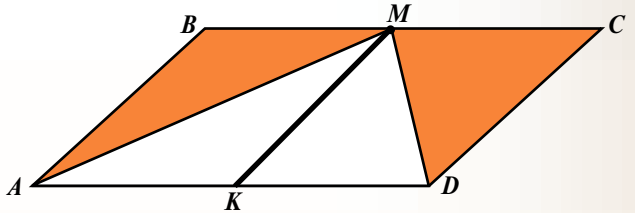
Площа трикутника AMD знаходиться за формулою: $S = \frac{1}{2} AD \cdot MK$.

Площа паралелограма знаходиться за формулою: $S = AD \cdot MK$ (площа дорівнює добутку сторони на висоту, яка проведена до цієї сторони). Бачимо, що площа трикутника дорівнює половині площі паралелограма. Тоді зафарбована частина становить також половину площі паралелограма. Тобто $0,5 \cdot 60 = 30 \text{ см}^2$.

2 спосіб.

Проведемо $MK \parallel AB \parallel CD$.

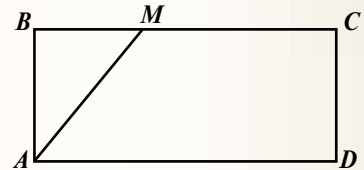
MK розбиває початковий паралелограм на два паралелограма. Розглянемо паралелограм $ABMK$. Діагональ AM розбиває його на два рівних трикутників (площі у них таким чином однакові). Один з цих трикутників зафарбований, тобто площа зафарбованого трикутника ABM дорівнює половині площі паралелограма $ABMK$. Аналогічно площа зафарбованого трикутника MCD дорівнює половині площі паралелограма $KMCD$. Маємо, що площа зафарбованої частини на рисунку дорівнює половині площі всього паралелограма, тобто знову отримуємо: $0,5 \cdot 60 = 30 \text{ см}^2$.



ПРАВИЛЬНА ВІДПОВІДЬ: Г.

ЗАВДАННЯ №28 (СЕСІЯ 2):

Бісектриса кута A прямокутника $ABCD$ перетинає його більшу сторону BC в точці M . Визначте радіус кола (y см), описаного навколо прямокутника, якщо $BC = 24$ см, $AM = 10\sqrt{2}$ см.



РОЗВ'ЯЗАННЯ:

Відповідно до правила, центр кола, описаного навколо прямокутника, є серединою діагоналі AC (тобто AC — діаметр цього кола). Щоб знайти довжину діагоналі AC , необхідно знайти величину сторони AB . Для цього розглянемо трикутник ABM . Цей трикутник прямокутний, рівнобедрений (бісектриса AM ділить прямий кут навпіл, тобто кут BAM дорівнює 45°). За умовою $AM = 10\sqrt{2}$ см. Тоді, за теоремою Піфагора, отримаємо: $AB^2 + BM^2 = AM^2$; $AB = BM$, тому $2 \cdot AB^2 = AM^2 = (10\sqrt{2})^2 = 100 \cdot 2$; $AB = 10$ см. Тепер розглянемо трикутник ABC . Він — прямокутний. Тож, використавши теорему Піфагора, маємо: $AC^2 = AB^2 + BC^2$; $AC^2 = 100 + 576 = 676 \text{ см}^2$; $AC = 26$ см. Оскільки це діаметр кола, то його радіус дорівнює 13 см.

ПРАВИЛЬНА ВІДПОВІДЬ: 13 см.

ЗАВДАННЯ №18 (СЕСІЯ 1):

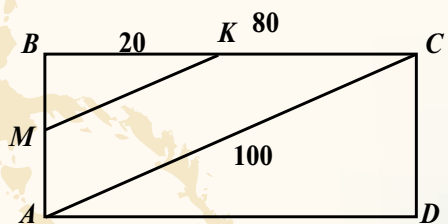
У прямокутнику $ABCD$: $BC = 80$, $AC = 100$. Через точки M і K , що належать сторонам AB і BC відповідно, проведено пряму, паралельну AC . Знайдіть довжину більшої сторони трикутника MBK , якщо $BK = 20$.

А	Б	В	Г	Д
60	50	30	25	15

РОЗВ'ЯЗАННЯ:

Оскільки $MK \parallel AC$, то $\angle BKM = \angle BCA$ (відповідні кути при паралельних прямих та січній BC). Тому у трикутниках ABC та MBK по два рівних кути (прямий та пара вказаних). Можемо зробити висновок, що ці трикутники — подібні (ознака подібності за двома кутами). Для розв'язання задачі згадаємо, що у подібних трикутників відповідні сторони пропорційні.

Тому, $\frac{BK}{BC} = \frac{MK}{AC}$, $\frac{20}{80} = \frac{MK}{100}$, $MK = 25$.



ПРАВИЛЬНА ВІДПОВІДЬ: Г.